View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
brought to you by CORE
provided by Open Library

MODEL OPTIMISASI PORTOFOLIO SAHAM DAN DEPOSITO SECARA TERINTEGRASI MENGGUNAKAN *MEAN ABSOLUTE DEVIATION*

Husain Athfal Hidayat[1], Deni Saepudin[2], Irma Palupi[3]

[1,2,3]Program Studi Ilmu Komputasi Telkom University, Bandung
[1]hsnhidayat@students.telkomuniversity.ac.id, [2]dns@ittelkom.ac.id, [3]ipl@ittelkom.ac.id

Abstraks

Untuk membuat hasil investasi yang menghasilkan keuntungan yang maksimum sesuai dengan yang diharapkan dengan mempertimbangkan risiko yang kecil, maka aset disusun ke dalam portofolio. Pilihan aset yang bisa dipilih investor ke dalam portofolio sangat banyak, namun secara umum berdasarkan karakteristik risikonya aset bisa dibagi kedalam dua kelompok yaitu aset berisiko dan aset bebas risiko. Ada banyak model optimisasi portofolio yang ada, salah satunya adalah model *Mean Absolute Deviation* (MAD) yang diperkenalkan oleh Hiroshi Konno dan Yamazaki (1991). Model ini merupakan pengembangan dari model yang sudah ada sebelumnya yaitu model *Mean-Variance* (MV) dimana perbedaannya terletak pada bentuk pengukuran risiko atau fungsi tujuannya. Model MAD berupa *Linear Programming* sehingga waktu komputasi yang dibutuhkan lebih cepat dibandingkan model MV yang berupa *Quadratic Programming*.

Pada tugas akhir ini topik yang dibahas adalah permasalahan optimasi portofolio gabungan aset berisiko (saham) dan aset bebas risiko (deposito) yang diperdagangkan di pasar Indonesia menggunakan model MAD yang dibandingkan hasilnya dengan model MV. Berdasarkan hasil analisis diperoleh hasil risiko model MAD lebih besar daripada model MV namun pebedaan keduanya tidak signifikan. Fluktuasi nilai *return* portofolio yang dihasilkan kedua model memiliki kecenderungan yang sama. Waktu komputasi model MAD lebih cepat dibandingkan model MV ketika jumlah aset yang digunakan dalam portofolio lebih dari 28 buah untuk setiap periode. Nilai performansi Sharpe Ratio portofolio yang dihasilkan oleh model MAD lebih rendah dibandingkan model MV, namun keduanya masih lebih baik dibandingkan nilai Sharpe Ratio indeks LQ 45.

Kata kunci: Portofolio, Saham, Deposito, *Mean Absolute Deviation*, *Mean-Variance*, *Asset Allocation*

Abstract

In order to create maximum investment profit with a small risk, then assets drafted into portfolio. Lot of assets can be selected by investor but generally assets can be divided into two groups based on its risk category : risky asset and risk free asset. Also There are many existing portfolio optimization models, one of which is a model of the Mean Absolute Deviation (MAD), which was introduced by Hiroshi Konno and Yamazaki (1991). This model is a development of the existing models, namely Mean-Variance models (MV) where the difference is in the form of risk measures or the objective function. Mean Absolute Deviation model present in linear programming form so the computation time needed is faster than Mean-Variance model which is quadratic programming form.

This final project mainly discussed portfolio optimization problem that combine both risky assets and risk-free assets which is traded in the Indonesian market using MAD models that will be compared to the results with MV model. Results of this final project shows that risk generated by MAD model is greater than MV model, however the difference between this two models are not significant. Fluctuations of returns for both models have the same tendency. Computation time needed by MAD model is faster than MV model when the number of assets used in a portfolio is greater than 28. Sharpe Ratio portfolio performance value generated by the model MAD lower than the MV models, but they are still better than the performance of the LQ 45 index.

***Keywords**: Portfolio, Stock, Deposito,* Mean Absolute Deviation, Mean-Variance, Asset Allocation

1. Pendahuluan

Memilih untuk menginvestasikan uang adalah hal yang bijaksana, karena jika hanya disimpan dan dibiarkan dikhawatirkan akan terjadi penyusutan nilai serta terpakai untuk aktivitas yang dirasa kurang penting. Untuk membuat hasil investasi yang menghasilkan keuntungan yang maksimum sesuai dengan yang diharapkan dengan mempertimbangkan risiko yang kecil maka disusunlah ke dalam portofolio yang merupakan kumpulan dari beberapa aset investasi. Salah satu upaya optimasi portofolio ialah melakukan diversifikasi, yaitu menempatkan dana investasi ke beberapa instrument investasi yang memiliki tingkat keuntungan dan risiko yang berbeda dengan harapan menghasilkan keuntungan yang optimal dengan risiko yang rendah.

Ada banyak model optimisasi portofolio yang ada, salah satunya adalah model *Mean-Variance* (MV) atau juga sering disebut model Markowitz. Namun terdapat kelemahan pada metode ini dimana persamaan matematis metode ini adalah berbentuk *quadratic programming*, sehingga waktu komputasinya besar dan akan sulit digunakan untuk menghitung portofolio optimal dengan jumlah aset yang banyak. Berdasarkan kekurangan ini, banyak peneliti berusaha mengembangkan model optimasi portofolio baru yang berdasarkan pada model *Mean - Variance* untuk memperbaiki kekurangan dari metode tersebut. Salah satu model pengembangan *Mean - Variance* yang cukup popular adalah model Mean Absolute Deviance (MAD) yang diperkenalkan oleh Hiroshi Konno dan Yamazaki (1991). Model ini berbentuk *linear programming* sehingga lebih mudah digunakan untuk optimasi portofolio dengan aset yang besar. Selain itu kelebihan model ini ialah model ini tidak perlu menghitung korelasi dan kovarians dari masing-masing *return* aset, sehingga proses komputasinya lebih cepat dan efisien [1].

Permasalahan lainnya ialah jarang ada yang mencoba mengembangkan model optimasi portofolio yang terdiri dari beragam jenis aset investasi. Berdasarkan pembahasan diatas, peneliti tertarik untuk meneliti permasa-lahan optimasi portofolio gabungan aset berisiko dan aset bebas risiko yang diperdagangkan di pasar Indonesia. Untuk aset berisiko menggunakan saham yang diperdagangkan di Bursa Efek Indonesia (BEI) yang tercatat pada indeks unggulan LQ 45, sedangkan untuk aset bebas risiko dipilihlah deposito salah satu bank di Indonesia. Hasil dari perhitungan portofolio menggunakan model optimasi *Mean Absolute Deviance* (MAD) ini nantinya akan dibandingkan dengan metode klasik *Mean-Variance* (MV) untuk mengetahui kinerja model optimasi portofolio yang lebih optimal.

2. Dasar Teori

2.1 Saham

Saham adalah tanda bukti penyertaan modal atau dana pada suatu perusahaan. Saham dapat dikategorikan sebagai aset berisiko (*risky asset*). Seperti di investasi, *Return* di saham dapat dibedakan menjadi dua yaitu :

a) *Return* yang telah terjadi (*actual return*)
Actual return adalah *return* yang telah didapatkan oleh investor sebelumnya, jenis

return ini dihitung berdasarkan data historis [7].

$$R_{(t)} = \frac{S_{(t)} - S_{(t-1)}}{S_{(t-1)}} \qquad (2\text{-}1)$$

Keterangan:

$R_{(t)}$: *return* saham saat periode ke-*t*
$S_{(t)}$: harga saham pada periode ke-*t*

$S_{(t-1)}$: harga saham pada periode ke- *t-1*

b) *Return* yang diharapkan (*expected return*)

μ : nilai *Expected Return* saham
E(Ri) : nilai *Expected Return* saham ke- *t*
R_t : *return* saham pada periode ke- *t*
T : Waktu Observasi *Return*

2.2 Deposito

Deposito merupakan aset yang dapat dikategorikan sebagai aset bebas risiko (*risk free asset*) karena kepastian nilai return investasi yang ditawarkan. Deposito merupakan produk bank berupa sejenis jasa tabungan berjangka yang biasa ditawarkan kepada masyarakat [7]. Uang yang diinvestasikan di deposito biasanya tidak bisa dicairkan hingga jatuh tempo. Apabila dicairkan sebelum jatuh tempo maka nasabah dikenakan penalti atau potongan. Jangka waktu jauh tempo deposito bervariasi mulai dari 1, 3, 6, 12, atau 24 bulan, tegantung kebijakan bank penyedia deposito. Deposito juga dapat diperpanjang secara otomatis menggunakan sistem ARO (*Automatic Roll Over*). Deposito akan diperpanjang otomatis setelah jatuh tempo, sampai pemiliknya mencairkan depositonya. investasi deposito di masa mendatang dapat diprediksi dengan menggunakan konsep *compound interest* yaitu bunga investasi (*interest*) ditambahkan ke dalam modal investasi (*principal*) sehingga nilai investasi yang baru tersebut dapat menghasilkan bunga (*compounding*). Nilai investasi deposito (V) dimasa mendatang dapat dihitung menggunakan rumus berikut [8]:

$$V = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mt} . P \qquad (2\text{-}3)$$

dimana :

r : suku bunga deposito per tahun
P : jumlah uang yang diinvestasikan (*principal*)
t : periode investasi (tahunan)
m : jumlah pembayaran bunga dalam satu tahun

Nilai *return* deposito pada periode *t* dapat dihitung menggunakan rumus berikut [8] :

$$R_{f(t)} = \frac{V_{(t)} - V_{(t-1)}}{V_{(t-1)}} \qquad (2\text{-}4)$$

dimana :
$R_{f(t)}$: *return* deposito saat periode ke- *t*

$V_{(t)}$: nilai investasi deposito pada periode ke *t*

$V_{(t-1)}$: nilai investasi deposito pada periode ke *t-1*

Expected return adalah nilai *return* yang diharapkan di masa mendatang. Secara matematis nilai *Expected return* dapat dituliskan sebagai berikut [7].

n

$$E[R(t)] \cong \mu = \frac{\sum_{t=1} R_{(t)}}{T} \qquad (2\text{-}2)$$

Keterangan :

2.3 Portofolio

Portofolio adalah gabungan atau kombinasi dari berbagai instrumen aset investasi yang disusun untuk mencapai tujuan investasi baik itu meminimalkan risiko pada tingkat return tertentu atau memaksimalkan *return* pada suatu tingkat risiko.

Dalam memandang portofolio yang terdiri dari sekumpulan aset berisiko dan bebas risiko ini bisa dianggap sebagai dua aset yang berbeda. Misalkan terdapat *n* buah aset berisiko (A) memiliki tingkat return sebesar r_A dan *m* buah aset bebas risiko (B). Bila proporsi dana untuk aset bebas risiko yang dinyatakan dalam y, dimana $y = 1 - x$ maka *return* portofolio gabungan (r_c) dapat dinyatakan sebagai :

$$r_c = \sum_{j=1}^{n} x_j . r_{A(j)} + \sum_{k=1}^{m} y_k . r_{B(k)} \qquad (2\text{-}5)$$

Sedangkan untuk risiko portofolio (σ_c) gabungannya, karena aset bebas risiko tidak memiliki risiko maka :

$$Z_t = \sum_{j=1}^{n} (R_{jt} - E(R_j)).x_j + \sum_{k=1}^{m} (R_{kt} - E(R_k)).y_k$$

untuk $t = 1..T$ *(2-6)*

dimana :

n = jumlah aset berisiko

m = jumlah aset bebas risiko

x_j = bobot dana aset berisiko ke-j

y_k = bobot dana aset bebas risiko ke-k

$E(R_j)$ = *expected return* jenis aset ke- i per periode T

$E(R_k)$ = *expected return* jenis aset ke- i per periode T

2.4 Model Mean Variance (MV)

Model penyusunan portofolio *Mean-Variance* (MV) yang pertama kali diperkenalkan oleh Markowitz pada tahun 1952 merupakan dasar bagi untuk pengembangan teori portofolio modern. konsep portofolio optimal yang digunakan ialah menghasilkan risiko portofolio yang minimal pada tingkat return portofolio tertentu. Nilai *return* dan risiko portofolio dari perhitungan yang dihasilkan menggunakan model ini akan menghasilkan pasangan return-risiko portofolio yang efisien. Secara sederhana model MV dapat dijelaskan sebagai berikut :

$$Min. \quad \sum_{t=1}^{T} \frac{z_t^2}{T} \qquad (2\text{-}7)$$

Dengan Kendala :

σ_{ij} = matriks kovarians dari aset i dan j

x_i = jumlah proporsi dana yang diinvestasikan ke aset i

$E(R_i)$ = *expected return* aset i per periode

ρ = tingkat *return* portofolio yang diharapkan investor (dalam desimal)

n = jumlah aset saham

T = jumlah waktu observasi

Seperti yang ditunjukkan pada poin (2-17), model matematis ini berbentuk *quadratic programming* yang bertujuan untuk mencari kombinasi proporsi modal x_i yang menghasilkan variansi *return* yang minimal pada suatu tingkat *return* portofolio yang diharapkan investor (ρ). Untuk mencegah x_i menghasilkan *short selling* maka ditambahkan pula *constraint* nilai $x_i \geq 0$. Apabila jenis aset yang digunakan lebih dari satu dengan karakteristik *return* aset yang berbeda, maka untuk menghasilkan portofolio optimal menggunakan model MV diperlukan sedikit modifikasi. Misal R_j ($j = 1, \ldots, n$) dan R_k ($k = 1, \ldots, m$) merupakan peubah acak yang merepresentasikan *return* jenis aset j dan jenis aset k secara berurutan dimana R_j dan R_k memiliki karakteriktik perhitungan *return* yang berbeda. Maka model MV berubah menjadi [3] :

$$Min. \quad \sum_{t=1}^{T} \frac{z_t^2}{T} \qquad (2\text{-}12)$$

Dengan Kendala :

$$Z_t = \sum_{j=1}^{n} (R_{jt} - E(R_j)).x_j + \sum_{k=1}^{m} (R_{kt} - E(R_k)).y_k$$

untuk $t = 1..T$

$$\sum_{j=1}^{n} E(R_j).x_j + \sum_{k=1}^{m} E(R_k).y_k = \rho$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j + \sum_{k=1}^{m} y_k = 1$$

$$\sum_{j=1} E(R_j).x_j + \sum_{k=1} E(R_k).y_k = \rho$$

untuk $t = 1..T$ (*2-8*)

$$\sum_{i=1}^{n} E(R_i).x_i \geq \rho \quad , \qquad (2\text{-}9)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, \qquad (2\text{-}10)$$

$$0 \leq x_i \leq 1,\ i = 1..n \qquad (2\text{-}11)$$

dimana :

$x_j \geq 0$, $j = 1,.., n$

$y_k \geq 0$, $k = 1,.., m$

dimana :

x_j = jumlah proporsi dana yang diinvestasikan ke jenis aset ke-*j*

y_k = jumlah proporsi dana yang diinvestasikan ke jenis aset ke-*k*

$E(R_j)$ = *expected return* jenis aset ke- *i* per periode

$E(R_k)$ = *expected return* jenis aset ke- *i* per periode

ρ = tingkat *return* portofolio gabungan yang diharapkan investor

n = jumlah jenis aset *j*

m = jumlah jenis aset *k*

T = jumlah waktu observasi

Model MV jarang diterapkan pada portofolio berskala besar karena dinilai tidak praktis dan memiliki beberapa kekurangan [1] diantaranya :

a) Untuk mengimplementasikan model MV dengan n buah aset maka perlu untuk menghitung $n(n+1)/2$ buah konstanta � yang berbeda dari data historis untuk membentuk matriks kovariansi. Sehingga diperlukan komputasi yang lebih lama untuk menyelesaikan portofolio yang terdiri dari banyak aset, misal $n = 500$.

b) Untuk jumlah aset (n) yang banyak, jumlah bobot aset (� optimal yang dihasilkan model MV juga banyak yang berakibat kepada biaya transaksi aset yang besar dan tidak praktis.

2.5 Model Mean Absolute Deviation (MAD)

Model optimasi portofolio *Mean-Absolute Deviation* (MAD) diusulkan oleh Hiroshi Konno dan Yamazaki pada tahun 1991. Model ini memodelkan permasalahan optimasi portofolio kedalam bentuk *linear programming* dengan menggunakan L_1 - *risk function* (*absolute deviation*) [1], yaitu :

$$w(x) = E\left[\left|\sum_{i=1}^{n} R_i.x_i - E\left[\sum_{i=1}^{n} R_i.x_i\right]\right|\right]$$ sebagai

fungsi tujuan untuk menggatikan bentuk L_2 - *risk function* (*variance*) di model *Mean-Variance* (MV)

yaitu $v(x) = E\left[\sum_{i=1}^{n} R_i.x_i - E\left[\sum_{i=1}^{n} R_i.x_i\right]\right]^2$.

Formula perhitungan portofolio berdasarkan MAD adalah sebagai berikut [3] :

Min.

$$w(x) = E\left[\left|\sum_{i=1}^{n} R_i.x_i - E\left[\sum_{i=1}^{n} R_i.x_i\right]\right|\right] \quad (2\text{-}13)$$

dengan kendala *(2-9)* sampai *(2-11)*

Nilai R_i akan menjadi variabel acak selama periode t (t = 1, …. , T) yang diasumsikan akan tersedia melalui data historis. Konno dan Yamazaki berasumsi nilai ekspektasi dari peubah acak R_i dapat dihampiri menggunakan nilai rata-rata yang berasal dari data tersebut, yaitu:

$$r_i = E[R_i] = \frac{\sum_{t=1}^{T} R_{it}}{n}$$

dengan kendala *(2-9)* sampai *(2-11)*.

Jika dinotasikan $a_t = R_t - E[R_t]$, i = 1..n dan t = 1..T, maka akan didapat :

$$\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|\sum_{i=1}^{n}(R_{it} - E[R_i].x_i)\right| = \sum_{t=1}^{T}\frac{\left|\sum_{i=1}^{n} a_{it}.x_i\right|}{T} \quad (2\text{-}16)$$

Bentuk nilai mutlak (*absolute value*) pada fungsi tujuan di persamaan (*2-27*) membuat persamaan tersebut berbentuk non-liniear [11]. Untuk itu maka persamaan nonlinear pada fungsi tujuan tersebut harus ditransformasikan ke dalam bentuk linear dengan mendefinisikan suatu variabel baru. Misal didefinisikan suatu variabel Y_t, yang merupakan suatu fungsi linear baru yang memetakan fungsi *nonlinear* $\sum_{i=1}^{n}\left|a_{it}.x_i\right|$, maka persamaan dari model MAD ekuivalen dengan persamaan berikut :

$$Min. \frac{\sum_{i=1}^{T} Y_t}{T} \quad (2\text{-}17)$$

Dengan Kendala *:*

$$� + \sum_{i=1}^{n} ��� \geq 0 \qquad \text{untuk } t = 1..T$$

$$� - \sum_{i=1}^{n} ��� \geq 0 \qquad \text{untuk } t = 1..T$$

$$\sum_{i=1} E[Ri].xi \geq \rho$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$0 \leq x_i \leq 1$, *i = 1..n*

T (2-14)

dari nilai diatas maka :
Min.

$$E\left[\left|\sum_{i=1}^{n} R_i.x_i - E\left[\sum_{i=1}^{n} R_i.x_i\right]\right|\right] = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|\sum_{i=1}^{n}(R_{it} - E[R_i].x_i)\right| \quad (2\text{-}15)$$

Jika diperhatikan model jumlah *constraint* yang dibutuhkan bergantung kepada jumlah periode data *(T)*, yaitu *2T + 2*. Feinstein dan Thapa pada tahun 1993 memodifikasi bentuk model MAD diatas sehingga jumlah *constraint* yang dibutuhkan berkurang menjadi *T + 2* namun tetap ekuivalen dengan persamaan diatas dengan asumsi tidak ada batas atas invetasi dalam sebuah investasi [12]. Menurut Feinstein dan Thapa [11], bentuk nilai mutlak |�� bisa disubstitusi dengan variabel tambahan �+ � dimana �= �− � dan ��≥ 0.

Sehingga model dapat diubah menjadi :

Min.

$$\sum_{�=1}^{T} �+ � \qquad (2\text{-}18)$$

Dengan Kendala :

$$�- �= \sum_{�=}^{�} (�- E(�)).� \qquad \text{untuk } t = 1..T$$

$$\sum_{i=1}^{n} E[R_i].x_i \geq \rho$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$0 \leq � \leq 1, i = 1..�$$

$$� � \geq 0,$$

Model diatas dirancang untuk satu jenis aset investasi. Apabila jenis aset yang digunakan lebih dari satu dengan karakteristik *return* aset yang berbeda, maka untuk menghasilkan portofolio optimal menggunakan model MAD diperlukan sedikit modifikasi. Konno dan Kobayashi pada tahun 1991 mencoba memodifikasi model MAD yang sudah untuk mengakomodasi lebih dari satu aset [3] . Pada penelitiannya tersebut mereka menggunakan dua jenis aset investasi yang berbeda, yaitu aset saham dan aset obligasi. Misal R_j (j = 1, …,n) dan R_k (k = 1, …,m) merupakan peubah acak yang merepresentasikan *return* jenis aset j dan jenis aset k secara berurutan dimana R_j dan R_k memiliki karakteristik perhitungan *return* yang berbeda, maka model MAD pada persaman (*2-18*) berubah menjadi :

Min.

$$\sum_{�=1}^{T} �+ � \qquad (2\text{-}19)$$

Dengan kendala :

$$�- �= \sum_{�=1}^{�} (�- �(�)).�+ \sum_{�=1}^{�} (�- �(�)).�$$

Untuk $t = 1..T$

$$\sum_{�=1}^{�} �+ \sum_{�=1}^{�} �= 1$$

$$� \geq 0, \quad j = 1,.., n$$

ke jenis aset ke-j

y_k = jumlah proporsi dana yang diinvestasikan ke jenis aset ke-k

$E(R_j)$ = *expected return* saham ke- i per periode

$E(R_k)$ = *expected return* saham ke- i per periode

ρ = tingkat *return* portofolio gabungan yang diharapkan investor

n = jumlah jenis aset j

m = jumlah jenis aset k

T = jumlah waktu observasi

Terdapat beberapa kelebihan yang ditawarkan model MAD dibandingkan model MV antara lain :

a) Pada model MAD tidak perlu menghitung matriks kovariansi dari *return* aset seperti yang dilakukan pada model MV.
b) Jumlah aset pembentuk portofolio optimal model MAD lebih sedikit dibandingkan model MV. Hal ini berakibat kepada biaya transaksi yang lebih sedikit dan lebih praktis diterapkan untuk jumlah aset yang banyak dibandingkan model MV.
c) Solusi optimal bobot portofolio yang dihasilkan model portofolio MAD bergantung kepada periode T, yaitu maksimal sebanyak $2T+2$ untuk model *2-34* dan sebanyak $T+2$ untuk model 2-35, terlepas dari jumlah aset (n) dalam portofolionya dengan asumsi tidak ada nilai batas atas pada nilai bobot portofolio ($�= \infty$).

2.5 Metode Simpleks

Untuk menyelesaikan model *Linear Programming* seperti *Mean Absolute Deviation* dalam menentukan nilai bobot setiap aset dapat menggunakan Metode Simpleks. Metode Simpleks merupakan metode paling sederhana dalam menyelesaikan permasalahan dalam pemrograman linier (*Linear Programming*), dikemukakan pertama kali oleh George Dantzig pada tahun 1947. Proses perhitungan metode ini dengan melakukan perhitungan berulang-ulang (iterasi) sampai tercapai hasil yang optimal, secara matematis permasalahan dapat ditulis sebagai berikut [13] :

Bentuk permasalahan *Linear Programming* :

Max. Z = C**X**

s.t. A**X** = b

$\boldsymbol{X} \geq 0$

dimana :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n} \\ & & & \\ & & & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \\ \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \\ \end{bmatrix}$$

�≥ 0, k = 1,.., m

�≥ 0, �≥ 0, t = 1 ,.., T

dimana :
x_j = jumlah proporsi dana yang diinvestasikan

$\lfloor a_{m1} \quad a_{m2} \qquad \lfloor X_n \rfloor \qquad \lfloor b_m \rfloor$

Permasalahan di atas jika diterjemahkan ke dalam tabel awal (*initial simplex tableau*) metode simplex akan menjadi :

…

…

⋮ ⋮ … ⋮ | $X =$ | ⋮ |, $b =$ | ⋮ |

…

	Z	x_1	…	x_n	x_{n+1}	…	x_{n+m}	b
x_{n+1}	0	a_{11}	…	a_{1n}	1	…	0	b_1
⋮	0	⋮	…	⋮	⋮	…	0	⋮
x_{n+m}	0	a_{m1}	…	a_{mn}	0	…	1	b_m
	1	$-c_1$	…	$-c_n$	0	…	0	0

Tabel awal metode simplex bila direpresentasikan ke dalam matrix akan menjadi :

$$\begin{bmatrix} 0 & A & I & b \\ 1 & -c & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dimana ekuivalen dengan persamaan matriks :

$$\begin{bmatrix} 0 & A & I \\ 1 & -c & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_s \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}$$

Agar permasalahan *Linear Programming* (LPP) bisa diselesaikan menggunakan metode simplex maka LPP harus dalam bentuk standar (*standard form*), yakni:

1. Fungsi tujuan (Z) harus dalam bentuk maks imasi. Apabila pemasalahan berupa minimasi maka Fungsi tujuan (Z) dikali -1.
2. Semua variabel ($\boldsymbol{X}$) dan vector $\boldsymbol{B}$ pada LPP harus bernilai positif ($\boldsymbol{X} \geq 0$, $\boldsymbol{B} \geq 0$).
3. Semua batasan (*constraint*) harus dalam bentuk $A\boldsymbol{X} = B$

   constraint yang berupa ‘<’, ‘>’ harus diubah menjadi ‘=’ dengan menambahkan variabel *slack*.

Secara umum tahapan simplex dalam menyelesaikan permasalahan *Linear Programming* (LPP) adalah sebagai berikut :

1. Ubah permasalahan *linear programming* ke dalam bentuk standar (*standard form*).
2. Bentuk permasalahan ke dalam tabel awal simplex (*initial simplex tableau*) berupa matrix.
3. Cari elemen kolom pivot k (variabel basis baru), yaitu elemen dengan nilai paling negatif dari baris paling bawah tabel matriks simplex.
4. Hitung rasio antara kolom $\boldsymbol{B}$ dengan elemen positif pada kolom matriks simplex. Vektor baris r dari matriks simpleks yang mengandung nilai rasio positif terkecil yang akan menjadi baris pivot. Elemen pembentuk rasio positif terkecil dari baris pivot (a_{rk}) dinamakan elemen pivot.
5. Lakukan operasi baris elementer untuk membual elemn pivot menjadi 1 dan elemen pada kolom pivot menjadi 0. Proses ini dinamakan pivoting.
6. Cek semua elemen pada baris paling bawah matrix simplex, jika ada elemen yang bernilai negatif maka ulangi proses 3. Proses

   positif. Nilai solusi optimal dari LPP (z) berada pada elemen kanan bawah matriks s implex.

2.6 Sharpe Ratio

Pengukuran kinerja portofolio yang didasarkan banyak *return* yang ditanggung disebut *risk-adjusted return*. *Sharpe ratio* adalah sebuah rasio yang dikembangkan oleh William F. Sharpe yang digunakan untuk mengukur kinerja yang disesuaikan dengan risiko (*risk–adjusted performance*) [14]. Pengukuran dengan *Sharpe Ratio* didasarkan atas *risk premium*, yaitu selisih antara rata-rata *return* yang dihasilkan oleh reksadana dengan rata-rata *return* investasi bebas risiko (*risk-free assets*).

Sharpe Ratio menunjukkan apakah keuntungan portofolio yang dihasilkan oleh keputusan investasi yang cerdas atau akibat kelebihan risiko, Semakin besar nilai *sharpe ratio* suatu portofoliom semakin baik pula kinerja yang dapat disesuaikan dengan risiko. Indeks *Sharpe* diukur dengan cara membandingkan premi risiko (*risk premium*) portofolio dengan risiko portofolio yang dinyatakan dengan simpangan baku *return*.

$$S_p = \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma_p} \qquad (2\text{-}20)$$

dimana :

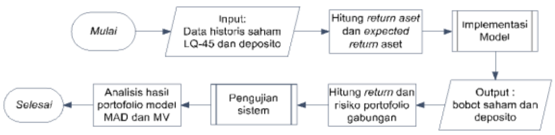
simplex berakhir apabila semua elemen pada baris paling bawah matrix simplex bernilai

$E(R_p)$ = *expected return* portofolio
R_f = tingkat suku bunga bebas risiko
σ_p = simpangan baku *return* portofolio.

3. Perancangan Sistem

3.1 Deskripsi Sistem

Alur pengerjaan sistem dapat dilihat pada gambar 1.



Gambar 3-1: Diagram alur sistem

a)Input : data historis saham LQ 45 dan deposito
Data yang digunakan adalah data historis closed price bulanan selama 48 bulan (Mei 2009 – April 2013) yang akan dikombinasikan dengan data deposito berupa suku bunga deposito bank swasta di Indonesia dengan periode Mei 2009 – April 2013 dengan waktu jatuh tempo (tenor) 1 bulan. Data saham diperoleh dari Yahoo Finance [15] dalam format *Comma Separated Values* (*.csv) yang kemudian diubah kedalam bentuk *Excel Workbook* (*.xlsx) sedangkan data deposito berupa suku bunga deposito.

b) Proses : Hitung *return* dan *expected return* saham dan deposito

Pada tahap ini pertama kali dihitung nilai *return* saham menggunakan rumus (2-1), namun pada perhitungan ini komponen dividen tidak diikutkan dalam proses perhitungan karena diasumsikan periode investasi yang akan diambil singkat sehingga hanya komponen harga saham yang digunakan untuk menghitung *return* investasi saham.

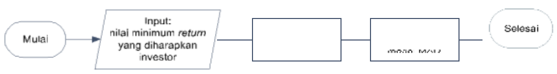
c) Subproses : Implementasi model portofolio
Implementasi sistem akan dijelaskan pada subbab selanjutnya (3.2.1).

d) Subproses : Pengujian sistem
Implementasi sistem akan dijelaskan pada subbab selanjutnya (3.2.2).

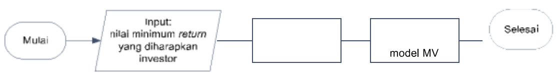
e)Proses : Analisis hasil portofolio model MAD dan MV
Setelah rangkaian proses optimasi portofolio s elesai maka dilakukan analisis antara hasil optimisasi portofolio model MAD dengan model MV menggunakan serangkaian pengujian yang dijelaskan pada subbab 3.1.2.

3.11 Implementasi Model

Pada tahap ini, akan dijelaskan lebih lanjut tentang alur proses optimasi portofolio menggunakan model MAD dan MV. Untuk masing- masing model memerlukan input berupa *return* dan *expected return* dari data historis. Berikut ini adalah diagram alur implementasi model MAD dan MV :



Gambar 3-2: *Diagram Alur Implementasi Sistem Menggunakan Model MAD*



Gambar 3-3 : *Diagram Alur Implementasi Sistem Menggunakan Model MV*

a) Input : nilai minimum return target investor
User akan memasukkan sendiri nilai minimum return portofolio yang diinginkan investor (ρ). Nilai ρ yang digunakan bervariasi untuk setiap portofolio.

b) Setelah user memasukkan nilai minimum return target investor, langkah selanjutnya ialah menghitung nilai absolute deviation *return* aset (a_{it}) untuk model *Mean Absolute Deviation* (gambar 3.2) dan nilai kovarian *return* aset untuk model *Mean-Variance* (gambar 3.3).

c) Selanjutnya, sistem akan melakukan perhitungan bobot optimal saham dan deposito dengan menggunakan model *Mean Absolute Deviation* (MAD) seperti yang telah dijelaskan pada persamaan 2-40 sampai 2-46 dan model *Mean-Variance* (MV) seperti yang telah dijelaskan pada persamaan 2-18.

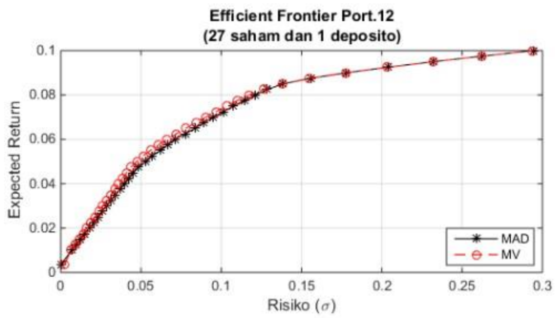
d) Bobot optimal saham dan deposito yang telah diperoleh menggunakan model MAD dan MV digunakan untuk menghitung *return* dan risiko portofolio gabungan menggunakan rumus 2-25.

4. HASIL DAN ANALISIS MODEL

4.1 Analisis Grafik *Efficient Frontier* Portofolio model MAD dan MV

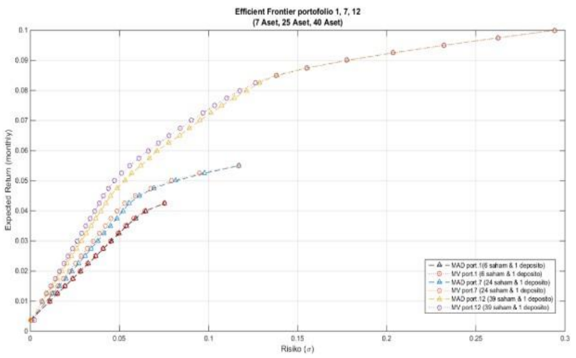
Data yang digunakan pada skenario kali ini adalah kumpulan data historis dari saham dan deposito selama 48 bulan. Untuk pengujian kali ini dari 40 buah aset (39 saham dan 1 deposito) akan dibentuk menjadi 12 buah portofolio dengan jumlah komposisi aset yang berbeda-beda. Komposisi aset penyusun portofolio disusun berdasarkan nilai s impangan baku *return* asetnya yang diurutkan dari nilai simpangan baku terkecil hingga terbesar.

Gambar 4-1 Grafik Efficient Frontier Portofolio



Hasil grafik *efficient frontier* menunjukkan bahwa risiko portofolio yang dihasilkan model MV cenderung lebih kecil dibanding model MAD untuk nilai *expected return* yang sama. Namun nilai risiko portofolio yang dihasilkan model MAD tidak selamanya lebih kecil dibanding model MV.

Selain itu dari grafik *Efficient Frontier* ini juga menunjukkan pengaruh diversifikasi atau pengaruh jumlah aset yang dimiliki dalam suatu portofolio terhadap penurunan nilai risiko portofolio. Terlihat pada gambar *4-2*, risiko portofolio 12 yang terdiri dari 27 saham dan 1 deposito menghasilkan risiko portfolio yang lebih rendah dibandingkan risiko portofolio 7 dan 1 memiliki jumlah komposisi aset yang lebih sedikit untuk setiap nilai *expected return* yang sama.



Gambar 4-2 Perbandingan Efficient Frontier Portofolio 1, 7, 12 (7 aset, 25 aset, dan 40 aset)

4.2 Pengujian Hipotesis Nilai Risiko Portofolio Model MAD dan MV

Pengujian ini bertujuan engetahui hubungan antara nilai risiko portofolio yang dihasilkan model MAD dengan nilai risiko portofolio yang dihasilkan model MV untuk setiap nilai *expected return* yang sama. Data yang diuji: nilai risiko portofolio model MAD dan MV dari 12 portofolio; dimana untuk masing-masing portofolio nilai ρ yang digunakan adalah 1 % per bulan, 2% per bulan, dan 3% per bulan dari data historis sehingga terdapat 36 buah data. Pengujian secara statistik menggunakan uji-*t* dengan hipotesis :

$H_0 : \mu_1^2 = \mu_2^2$
$H_1 : \mu_1^2 < \mu_2^2$

dimana :

μ_1^2 = nilai rata-rata risiko model MAD
μ_2^2 = nilai rata-rata risiko model MV

Hasil Pengujian dapat dilihat pada tabel 4-1 dimana t_{hitung} (0.3299) > t_{tabel} (1.994) yang berarti kesimpulah H_0 diterima atau nilai rataan risiko portofolio model *MAD* tidak berbeda secara signifikan dengan nilai rataan risiko portofolio model *MV*.

Tabel 4-1: T-test Risiko Portofolio

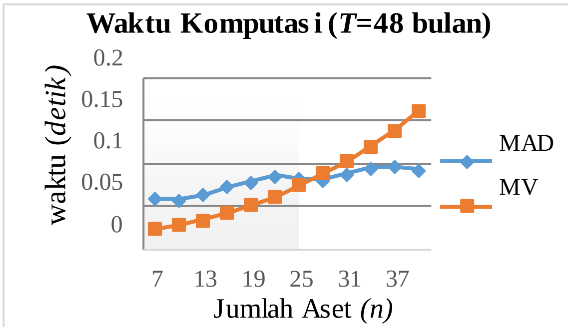
	risiko portofolio (σ)	
	Model MAD	*Model MV*
Mean	0.038295	0.036269
Variance	0.000695	0.000662
Observations	36	36
Pooled Variance	0.000679	
Hypothesized Mean Difference	0	
df	70	
t Stat	0.329906	
P(T<=t) one-tail	0.371228	
t Critical one-tail	1.666914	
P(T<=t) two-tail	0.742456	
t Critical two-tail	1.994437	

4.3 Pengujian Waktu Komputasi Model MAD dan MV

Pengujian ini bertujuan untuk menguji performansinya dari segi waktu komputasi jumlah aset (*n*) yang berbeda-beda. Periode yang digunakan sebanyak 48 bulan yang berasal dari data historis. Berdasarkan Tabel 4-2 terlihat bahwa ketika waktu periode (*T*) yang digunakan selama 48 bulan, waktu komputasi yang diperlukan model MV untuk memperoleh bobot lebih cepat dibandingkan dengan model MAD ketika jumlah aset yang digunakan (*n*) kurang dari 28 buah. Namun ketika jumlah aset yang digunakan (*n*) lebih dari 28 buah, ternyata waktu komputasi yang diperlukan model MV untuk memperoleh bobot menjadi lebih lambat dibandingkan dengan model MAD. Selisih waktu komputasi model MAD dan MV semakin besar ketika jumlah aset yang digunakan semakin banyak seperti yang tergambar pada gambar 4-3 .

Tabel 4-2: Waktu Komputasi Model MAD dan MV

Portofolio	JUMLAH ASET (*n*) [saham + deposito]	*T* = 48 bulan	
		WAKTU KOMPUTASI (detik)	
		MAD	MV
1	7	0.05868	0.02366
2	10	0.05830	0.028783
3	13	0.06335	0.034959
4	16	0.07352	0.042735
5	19	0.07935	0.051871
6	22	0.08633	0.061766
7	25	0.08189	0.075297
8	28	0.08113	0.089082
9	31	0.08781	0.103796
10	34	0.09466	0.121248
11	37	0.09612	0.139692
12	40	0.09250	0.161101



Gambar 4-3 Waktu Komputasi model MAD dan MV ketika waktu periode (T) 48 bulan

4.4 Pengujian Performansi (*Sharpe Ratio*) Nilai *Return* Portofolio

Diasumsikan bahwa investor memulai investasi di akhir bulan data historis dan ingin mendapatkan hasilnya pada periode data uji. Tujuan pengujian ini ialah mengetahui performa model portofolio MAD di masa depan dan perbandingannya dengan model MV dan indeks LQ 45 dari nilai *Sharpe Ratio*. *Return* Portofolio yang diuji adalah portofolio ke 12 yang terdiri dari 39 saham LQ 45 dan 1 deposito yang diperoleh dari perhitungan bobot dari data historis dan nilai investasi pada periode uji.

Dari hasil pengujian seperti yang tertera pada tabel 4.3, nilai rata-rata *return* portofolio (*wealth*) yang dihasilkan model MAD lebih kecil dibandingkan model MV untuk setiap nilai ρ, namun nilai simpangan baku model MAD lebih besar dibandingkan model MV. Hal ini terjadi karena fluktuasi nilai *return* portofolio model MAD yang s ignifikan per bulannya, dimana besar penurunan nilai *return* portofolio pada suatu bulan tidak diimbangi dengan besarnya kenaikan nilai return poertofolio model MV. Hal tersebut berpengaruh terhadap hasil performansi *Sharpe Ratio*, dimana model MAD menghasilkan performasi yang lebih buruk dibandingkan model MV. Sedangkan apabila performansi portofolio kedua model tersebut dibandingkan dengan performansi indeks LQ 45 s ebagai acuan indikator kondisi pasar keuangan di Indonesia, ternyata nilai performansi *Sharpe Ratio* dari indeks LQ 45 selama periode uji lebih rendah dibandingkan nilai *return* portofolio model MAD dan MV. Hal ini terjadi karena selama pada periode uji, nilai *return* portofolio indeks LQ 45 cenderung turun pada periode awal dan akhir hingga mencapai negatif namun tidak diimbangi dengan kenaikan nilai return yang besar pada periode berikutnya.

Tabel 4 3 Perbandingan Statistik Indeks LQ45, dan Model MAD Serta MV dengan Nilai ρ yang Berbeda

			Mean	**Std. Deviation**	**Sharpe Ratio**
Expected Return (ρ)	--	LQ45	-0.0022	0.048	-0.12334
	1 %	MAD	0.0026	0.011	-0.08804
		MV	0.0031	0.01	-0.05556
	2 %	MAD	0.0011	0.03	-0.08804
		MV	0.0022	0.026	-0.05360
	3 %	MAD	-0.00040	0.046	-0.088
		MV	0.00147	0.042	-0.052

5. Kesimpulan

Berdasarkan percobaan dan analisis yang telah dibahas pada penelitian ini, diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut :

1. Penambahan jumlah aset dalam portofolio model MAD terintegrasi mampu menurunkan nilai risiko portofolio secara keseluruhan.

2. Nilai risiko portofolio yang dihasilkan model MAD ternyata sedikit lebih besar dibandingkan model MV untuk setiap nilai *expected return* (ρ), namun rata-rata risiko portofolio model MAD tidak berbeda secara signifikan dibandingkan dengan model MV.
3. Secara umum waktu komputasi model MAD untuk memperoleh bobot lebih cepat dibandingkan model MV ketika jumlah aset yang digunakan dalam portofolio lebih dari 28 buah untuk setiap periode.
4. Ketika bobot portofolio model diterapkan di masa mendatang, nilai *return* portofolio (*wealth*) yang dihasilkan kedua model memiliki kecenderungan fluktuasi yang sama. Sedangkan nilai performansi *Sharpe Ratio* portofolio yang dihasilkan oleh model MAD lebih rendah dibandingkan model MV, namun keduanya masih lebih baik dibandingkan niali *Sharpe Ratio* indeks LQ 45.

Daftar Pustaka:

[1]H. Konno and H. Yamazaki, "Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market," Management science, 1991.
[2]K. Sigman, Fund Theorem, New York: Department of Industrial Engineering and Operations Research Columbia University, 2005.
[3]H. Konno and K. Kobayashi, "An Integrated Stock-Bond Portfolio Optimization Model," Journal of Economic Dynamics and Control, vol. 21, no. 8-9, pp. 1427-1444, 1997.
[4]F. Irham, Pengantar Pasar Modal, Bandung: Alfabeta, 2012.
[5]H. Jogiyanto, Teori Portofolio dan Analisis Investasi, Yogyakarta: BPPE, 2000.
[6]E. Tandelilin, Portofolio dan Investasi, Teori dan Aplikasi, Yogyakarta: Kanisisus, 2010.
[7]F. Basyaib, Manajemen Risiko, Jakarta: PT. Grasindo, 2007.
[8]M. Capinski and T. Zastawniak, Mathematics for Finance : An Introduction to Financial Engineering, London: Springer, 2003.
[9]H. Markowitz, "Portfolio Selection," Journal of Finance, vol. 7, pp. 77-91, 1952.
[10]G. Mitra and T. Kyriakis, "A Review of Portfolio Planning : Model and Systems," no. CARISMA : Brunel University, 2003.
[11]C. Papahristodoulou and D. Erik, "Optimal Portfolios Using Linear Programming Models," Journal of the Operational Research Society, vol. 55, pp. 1169-1177, 2004.
[12]C. Feinstein and M. Thapa, "Notes: A Reformulation of A Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model," Management Science, vol. 12, no. 39, pp. 1552-1553, 1993.
[13]J. J. Siang, Riset Operasi dalam Pendekatan Algoritmis, Jakarta: Erlangga, 2011.
[14]Z. Bodie, A. Kane and A. Marcus, Investments and Portfolio Managements 9th Global Editions, McGraw-Hills Educations, 2014.
[15]"Yahoo Finance," [Online]. Available: finance.yahoo.com. [Accessed 1 May 2015].
[16]J. Supranto, Statistik : Teori dan Aplikasi, Jakarta: Erlangga, 20